

## Übungen Kernphysik

1 Welcher Energie (in kWh) entspricht ein Massedefekt von 1 mg?

Wie lange könnte ein Haushalt (Jahresverbrauch 5000 kWh) damit versorgt werden?

geg.: •  $m = 1 \text{ mg}$   
•  $E_{\text{Haus}} = 5000 \text{ kWh/a}$

ges •  $E (1 \text{ mg})$   
•  $t (1 \text{ mg für } 5000 \text{ kWh})$

Lösung:  $E = mc^2$   
 $= 10^{-6} \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2$   
 $= 10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^{16} \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$   
 $= 9 \cdot 10^{10} \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = 9 \cdot 10^{10} \text{ Nm} = 9 \cdot 10^{10} \text{ J} = 9 \cdot 10^{10} \text{ W} \cdot \text{s}$   
 $= 9 \cdot 10^7 \text{ kWh}$  | : 3600  
 $E = 25.000 \text{ kWh}$

$$t = \frac{E (1 \text{ mg})}{E_{\text{Haus}}} = \frac{25.000 \text{ kWh}}{5.000 \text{ kWh/a}}$$

$t = 5 \text{ a}$

## Übungen Kernphysik

- 2 Bei der Spaltung eines Urankerns entstehen zwei Bruchstücke mit kinetischen Energien von  $W_1 = 110 \text{ MeV}$  und  $W_2 = 54 \text{ MeV}$ .

In welchem Verhältnis stehen die beiden Massen  $m_1$  und  $m_2$  dieser Bruchstücke?

• geg.  $W_1 = 110 \text{ MeV}$   
 $W_2 = 54 \text{ MeV}$

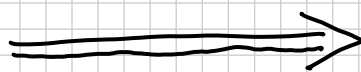
• ges:  $\frac{m_1}{m_2} = ?$

- Lösung  $\Rightarrow$  Energieerhaltungssatz (EES)  
 $\Rightarrow$  Impulserhaltungssatz (IES)

$$\left. \begin{array}{l} W_1 = \frac{m_1}{2} v_1^2 \\ W_2 = \frac{m_2}{2} v_2^2 \end{array} \right\} \frac{W_1}{W_2} = \frac{m_1 \cdot v_1^2}{m_2 \cdot v_2^2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{W_1 \cdot v_2^2}{W_2 \cdot v_1^2}$$

• IES  $\Rightarrow m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2$

$$\Rightarrow \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{m_1^2}{m_2^2}$$



$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{W_1}{W_2} \cdot \frac{m_1^2}{m_2^2}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{W_2}{W_1} = \frac{54}{110}$$

## Übungen Kernphysik

- 3 Die Aktivität zweier radioaktiver Stoffe beträgt anfangs  $A_1 = 8 \cdot 10^8$  Bq bzw.  $A_2 = 5 \cdot 10^8$  Bq und ist nach 12 Tagen gleich groß.

Wie groß ist die Halbwertszeit des zweiten Stoffes, wenn die des ersten Stoffes 5 Tage beträgt?

geg:

- $A_1 = 8 \cdot 10^8$  Bq für  $t_0$
- $A_2 = 5 \cdot 10^8$  Bq für  $t_0$
- $A_1 = A_2$  für  $t = 12$  d
- $T_{112}^{(1)} = 5$  d

ges:  $T_{112}^{(2)} = ?$

• Lösung:

$$\text{für } t = 12 \text{ d} \rightarrow A_1 \cdot e^{-\lambda_1 \cdot t} = A_2 \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{e^{-\lambda_1 \cdot t}}{e^{-\lambda_2 \cdot t}} = e^{-(\lambda_2 - \lambda_1) \cdot t}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = e^{-\left(\frac{1}{T_{112}^{(2)}} - \frac{1}{T_{112}^{(1)}}\right) \cdot \ln(2) \cdot t}$$

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{112}}$$

$$\ln\left(\frac{A_1}{A_2}\right) = -\left(\frac{1}{T_{112}^{(2)}} - \frac{1}{T_{112}^{(1)}}\right) \cdot \ln(2) \cdot t$$

$$\frac{\ln(A_1/A_2)}{\ln(2) \cdot t} = -\left(\frac{1}{T_{112}^{(2)}} - \frac{1}{T_{112}^{(1)}}\right)$$

$$\frac{\ln\left(\frac{A_2}{A_1}\right)}{\ln(2) \cdot t} = + \left( \frac{1}{T_{112}^{(2)}} - \frac{1}{T_{112}^{(1)}} \right) \quad | \quad -\ln(a) = \ln(a^{-1})$$

$$\frac{1}{T_{112}^{(2)}} = \frac{\ln\left(\frac{A_2}{A_1}\right)}{\ln(2) \cdot t} + \frac{1}{T_{112}^{(1)}}$$

$$\frac{1}{T_{112}^{(2)}} = \frac{T_{112}^{(1)} \cdot \ln\left(\frac{A_2}{A_1}\right) + \ln(2) \cdot t}{\ln(2) \cdot t \cdot T_{112}^{(1)}}$$

$$T_{112}^{(2)} = \frac{\ln(2) \cdot t \cdot T_{112}^{(1)}}{T_{112}^{(1)} \cdot \ln\left(\frac{A_2}{A_1}\right) + \ln(2) \cdot t}$$

$$= \frac{\ln(2) \cdot 12d \cdot 5d}{5d \cdot \ln\left(\frac{5}{8}\right) + \ln(2) \cdot 12d}$$

$$\underline{\underline{T_{112}^{(2)} = 7d}}$$

## Übungen Kernphysik

---

- 4 Welche Gesamtenergie liefert eine mit Sr-90 betriebene Radionuklidbatterie über einen Zeitraum von 10 Jahren, wenn die Anfangsleistung  $P_0 = 50 \text{ W}$  und die Halbwertszeit 28 Jahre beträgt?

Achtung! Hier ist etwas Differential- und Integralrechnung nötig!

geg.  $P_0 = 50 \text{ W}$   
 $T_{1/2} = 28 \text{ a}$   
 $t = 10 \text{ a}$

geg  $E (t=10 \text{ a})$

Lösung  $\Rightarrow P = \frac{dE}{dt} \Rightarrow dE = P \cdot dt$   
 $P(t) = P_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$$dE = P_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} dt$$

$$E = \int_0^t P_0 e^{-\lambda \cdot t} dt = P_0 \left[ -\frac{1}{\lambda} \cdot e^{-\lambda \cdot t} \right]_0^t$$
$$= P_0 \left[ -\frac{1}{\lambda} \cdot e^{-\lambda t} + \frac{1}{\lambda} \right]$$

$$E = \frac{P_0}{\lambda} (1 - e^{-\lambda \cdot t})$$

$$E = \frac{P_0 \cdot T_{1/2}}{\ln(2)} \left( 1 - e^{-\frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \cdot t} \right) \quad | \quad \lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}}$$

$$= \frac{50 \text{ W} \cdot 28 \cdot 365 \cdot 24 \text{ h}}{\ln(2)} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\ln(2)}{28 \text{ a}} \cdot 10 \text{ a}} \right)$$

$$= 17693212 \cdot 0,2193$$

$$= 382681 \text{ Wh}$$

$$E = 3826,8 \text{ kWh}$$

3826,8 kWh

## Übungen Kernphysik

- 5 Ein Neutron (Massezahl  $M = 1$ ) mit einer kinetischen Energie  $E$  verliert durch einen elastischen Frontalzusammenstoß mit einem Atom (Stoßpartner) die Energie  $\Delta E$ .

Bestimmen Sie den relativen Energieverlust  $E/\Delta E$  für folgende Stoßpartner:

- a) Wasserstoff ( $M = 1$ )
- b) Deuterium ( $M = 2$ )
- c) Kohlenstoff ( $M = 12$ )
- d) Blei ( $M = 207$ )

Ein Castor-Behälter besteht u.a. aus Gusseisen mit Kugelgraphit und einem Bleimantel. Erklären Sie auf Basis Ihrer Rechnungen, welche Aufgabe der Graphit und welche das Blei wahrnimmt.

geg. bzw. Bezeichnungen:

$$v_{1V} = v(\text{Neutron}) \text{ vor Stoß}$$
$$v_{1N} = v(\text{Neutron}) \text{ nach Stoß}$$
$$v_2 = v(\text{Atom}) \text{ nach Stoß}$$
$$m_1 = \text{Masse Neutron}$$
$$m_2 = \text{Masse Atom(e)}$$

ges.  $\frac{\Delta E}{E} = ?$

Lösungsansatz  $\Rightarrow$  Energieerhaltungssatz (EES)  
 $\Rightarrow$  Impulserhaltungssatz (IES)

$$\Rightarrow E = \frac{m_1}{2} v_{1V}^2$$

$$EES \Rightarrow \frac{m_1}{2} v_{1V}^2 = \frac{m_1}{2} v_{1N}^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2$$

$$\Rightarrow \Delta E = \frac{m_1}{2} (v_{1V}^2 - v_{1N}^2)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta E}{E} = \frac{v_{1V}^2 - v_{1N}^2}{v_{1V}^2} \Rightarrow \frac{\Delta E}{E} = 1 - \left( \frac{v_{1N}}{v_{1V}} \right)^2$$

$\Rightarrow$  Aufgabe  $\Rightarrow v_{1V}$  und  $v_{1N}$  ersetzen durch  $m_1$  und  $m_2$

$\Rightarrow$  dazu  $\Rightarrow EES$  und  $IES$

$$EES \Rightarrow \frac{m_1}{2} v_{1V}^2 = \frac{m_1}{2} v_{1N}^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2 \Rightarrow \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^2 v_2^2 = \frac{m_2}{m_1} (v_{1V}^2 - v_{1N}^2)$$

$$IES \Rightarrow m_1 v_{1V} = m_1 v_{1N} + m_2 v_2 \Rightarrow \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^2 v_2^2 = (v_{1V} - v_{1N})^2$$

$$\Rightarrow \text{Gleichsetzen: } \frac{m_2}{m_1} (v_{1V}^2 - v_{1N}^2) = (v_{1V} - v_{1N})^2 \quad \left| \begin{array}{l} (a^2 - b^2) = (a+b)(a-b) \\ (a-b)^2 = (a-b)(a-b) \end{array} \right.$$

$$\frac{m_2}{m_1} (v_{1V} + v_{1N}) \cancel{(v_{1V} - v_{1N})} = (v_{1V} - v_{1N}) \cancel{(v_{1V} - v_{1N})}$$

$$\frac{m_2}{m_1} v_{1V} + \frac{m_2}{m_1} v_{1N} = v_{1V} - v_{1N}$$

$$\left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) v_{1V} = \left( 1 - \frac{m_2}{m_1} \right) v_{1V}$$

$$\frac{m_1 + m_2}{m_1} v_{1V} = \frac{m_1 - m_2}{m_1} v_{1V}$$

$$\frac{v_{1V}}{v_{1V}} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\left(\frac{v_{1N}}{v_{1V}}\right)^2 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta E}{E} = 1 - \left(\frac{v_{1N}}{v_{1V}}\right)^2 \Rightarrow \frac{\Delta E}{E} = 1 - \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2$$

$$m_1 = 1; m_2 = 1 \quad \Rightarrow \frac{\Delta E}{E} = 1 \hat{=} 100\%$$

$$m_1 = 1; m_2 = 2 \quad = 0,89 \hat{=} 89\%$$

$$m_1 = 1; m_2 = 12 \quad = 0,28 \hat{=} 28\%$$

$$m_1 = 1; m_2 = 207 \quad = 0,019 \hat{=} 1,9\%$$

$\Rightarrow$  Graphit (C) absorbiert Energie der Neutronen im Inneren des Castors

$\Rightarrow$  Blei reflektiert Neutronen in's Innere des Castors zurück

## Übungen Kernphysik

- 6 Eine 92 kg schwere Person wurde am ganzen Körper mit einer Dosis von  $2,1 \cdot 10^{-4}$  Gy bestrahlt. Bei der Strahlung handelt es sich um Alpha-Strahlung mit einem Wirkungsfaktor bzw. Qualitätsfaktor von 15.

Berechnen Sie:

- die absorbierte Energie in Joule
- die Äquivalenzdosis in Millisievert

Bewerten Sie die berechnete Äquivalenzdosis hinsichtlich ihrer Schädlichkeit.

$$\begin{aligned}
 a) \quad \text{Dosis} &= \frac{\text{Energie}}{\text{Masse}} \Rightarrow \text{Energie} = \text{Dosis} \times \text{Masse} \\
 &= 2,1 \cdot 10^{-4} \text{ Gy} \cdot 92 \text{ kg} \\
 &= 2,1 \cdot 10^{-4} \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 92 \text{ kg} \\
 &= \underline{0,019 \text{ J}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) \quad \text{Äquivalenzdosis} &= \text{Energiedosis} \times \text{Qualitätsfaktor} \\
 &= 2,1 \cdot 10^{-4} \text{ Gy} \times 15 \\
 &= 0,00315 \text{ Sv} \\
 &= \underline{3,15 \text{ mSv}}
 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  entspricht etwas weniger als die Jahresdosis (ca. 2 mSv aus natürlicher Belastung und ca. 2 mSv aus zivilisatorischer Belastung) von „*dem* Normalverbraucher“

## Übungen Kernphysik

---

- 7 Wie groß ist die Halbwertszeit eines Radionuklids, wenn dessen Aktivität innerhalb einer bestimmten Zeit auf 9/10 und nach weiteren 5 Stunden auf 7/10 des Ausgangswertes abnimmt?

$$\text{geg: } \frac{A(t)}{A_0} = \frac{9}{10}$$

$$\text{ges: } T_{1/2} = ?$$

$$\frac{A(t+5h)}{A_0} = \frac{7}{10}$$

$$\Delta t = 5h$$

Lösung: Zerfallsgesetz:  $A(t) = A_0 e^{-\lambda \cdot t}$

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}}$$

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\Rightarrow 0,9 = e^{-\lambda \cdot t}$$

①

$$\Rightarrow \ln(0,9) = -\lambda \cdot t$$

$$\Rightarrow 0,7 = e^{-\lambda(t+\Delta t)}$$

②

$$\Rightarrow \ln(0,7) = -\lambda(t+\Delta t)$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow \lambda \cdot t = \ln\left(\frac{10}{9}\right)$$

$$| -\ln\left(\frac{9}{10}\right) = \ln\left(\frac{10}{9}\right)$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow \lambda \cdot t = \ln\left(\frac{10}{7}\right) - \lambda \cdot \Delta t$$

$$\textcircled{1} = \textcircled{2} \Rightarrow \ln\left(\frac{10}{9}\right) = \ln\left(\frac{10}{7}\right) - \lambda \cdot \Delta t$$

$$\lambda \cdot \Delta t = \ln\left(\frac{10}{7}\right) - \ln\left(\frac{10}{9}\right) = \ln\left(\frac{9}{7}\right)$$

$$\frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \cdot \Delta t = \ln\left(\frac{9}{7}\right)$$

$$| \lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\ln(9/7)} \cdot \Delta t = \underline{\underline{13,8h}}$$